DOI: 10.32703/2664-2964-2022-51-20-32

УДК 303.725.35
JEL Classification C 53, D 81, M 31

Віктор Яковлевич Заруба, д.е.н., проф.
(професор каф. «Маркетинг», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»)
ORCID ID 0000-0002-3796-7544

Ірина Анатоліївна Парфентенко
(старший викладач каф. «Маркетинг», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»)
ORCID ID 0000-0002-3827-0108

АНАЛІЗ ПОЛІТИКИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛОСТІ ЗБОРУ ЗАМОВЛЕНЬ В УМОВАХ ВИПАДКОВИХ КОЛИВАНЬ ПОПИТУ

В умовах коливань обсягів замовлень, які надходять на підприємство у різні періоди часу, операційна діяльність супроводжується певними втратами. Вони виникають з причини або часткових простоїв, або надмірного завантаження виробничих потужностей. У цих обставинах інтерес викликає застосування політики оптимізації тривалості збору замовлень, за якою сума обсягів замовлень, зібраних за декілька періодів часу, рівномірно розподіляється на цих періодах під час виконання замовлень. Але при цьому існує погроза втрати замовлень, коли тривалість збору і виконання замовлень буде занадто великою. Мета роботи полягала у розробці та аналізі моделі оптимізації тривалості збору замовлень за умов їх повного виконання та довільних законів розподілу ймовірності інтенсивності попиту (обсягів замовлень). У результаті досліджень знайдено математичне вираження очікуваного операційного ефекту залежно від довільних статистичних характеристик інтенсивності попиту та з урахуванням ефекту зниження інтенсивності попиту у разі збільшення тривалості виконання замовлень. Запропонований алгоритм знаходження функції ймовірності усереднених значень інтенсивності попиту на декількох одиницях часу, за даними про ймовірності значень інтенсивності попиту на одиничному періоді часу. Викладений загальний зміст чисельного методу оптимізації тривалості збору замовлень за критерієм максимуму очікуваного операційного ефекту на одиничному періоді часу. Показані переваги політики оптимізації тривалості збору замовлень, які полягають у більш рівномірній інтенсивності виробничого процесу, зменшенні втрат від простоїв та надмірного завантаження виробничих потужностей.

Ключові слова: *планування поточних обсягів виробництва, операційний ефект, політика операційної активності, період збору замовлень.*

Постановка проблеми. Актуальною проблемою менеджменту є забезпечення відповідності обсягів виробництва підприємства випадковим коливанням попиту на його продукцію. На промислових підприємствах із серійним виробництвом планування поточних обсягів виробництва здійснюють для певних календарних періодів часу, виходячи із отриманих замовлень на різні види продукції. Кожний період збору замовлень і визначення плану виробництва має однакову тривалість з періодом виконання встановленого плану. До встановлюваного плану виробництва пред'являються, насамперед, вимоги його відповідності виробничим ресурсам підприємства.

Для спрощення викладення, процес надходження замовлень та виробництва будемо розглядати для одного виду продукції. Сумарний обсяг замовлень, які надходять до початку кожного періоду виробництва, являє собою інтенсивність попиту на продукцію. В умовах випадкових коливань інтенсивності попиту виникають втрати, пов'язані із недостатнім завантаженням і, навпаки, із перезавантаженням виробничої потужності підприємства. Втрати, пов'язані із недостатнім завантаженням потужності підприємства, містять виплату «непродуктивної» зарплати персоналу в умовах простоїв, витрати на зберігання невикористаних оборотних матеріальних ресурсів і втрати від «заморожування» коштів, витрачених на покупку невикористаних матеріальних ресурсів. Втрати від надмірного завантаження виробничих потужностей обумовлюються доплатами персоналу за понаднормові роботи, необхідністю оперативної закупівлі додаткової кількості оборотних матеріальних ресурсів за підвищеними цінами тощо.

Для більш детального обговорення проблеми, що виникає під час оперативного об'ємно-номенклатурного планування, уведемо до розгляду економіко-математичну модель ситуації, у якій приймаються рішення щодо поточних обсягів виробництва. Уведемо такі позначення: τ кількість виробів, вироблених підприємством за одиничний період часу за нормальним (нормативним) завантаженням виробничих потужностей; x_t – об'єм замовлень, що надійшли на початок періоду t; u_t – об'єм виробництва, встановлений на період часу t; z_t – величина залишків готової продукції на початок періоду t; y_t – загальна кількість готової продукції, яка буде у наявності на періоді часу t, $y_t = u_t + z_t$;

Операційний ефект, що отримується в кінці періоду t, залежить від об'єму x_t замовлень, що надійшли, і запланованої кількості y_t готової продукції. Операційний ефект визначає функція $f(x_t, y_t)$:

$$E_t = f(x_t, y_t) = f_1(x_t, y_t) = dy_t - d(x_t - y_t) - q(u_t), \text{ якщо } x_t \geq y_t, \tag{1}$$

$$E_t = f(x_t, y_t) = f_2(x_t, y_t) = dx_t - a(y_t - x_t) - q(u_t), \text{ якщо } x_t \leq y_t, \tag{2}$$

де $f_1(x_t, y_t)$, $f_2(x_t, y_t)$ – функції, що визначають ефект відповідно у випадках втраченої вигоди (виробництва продукції у меншому обсязі, ніж наявний на неї попит) та наявності нереалізованої продукції; d – величина прибутку від продажу одиниці виробленої продукції за умов нормативного завантаження виробничої потужності; a – величина втрат, пов'язаних із зберіганням запасу готової продукції протягом одного періоду планування, у розрахунку на одиницю продукції; $d(x_t - y_t)$ – сума упущеної вигоди; $q(u_t)$ – величина втрат, зумовлених неповним або наднормативним завантаженням виробничих потужностей,

$$q(u_t) = b(\tau - u_t), \text{ если } \tau \geq u_t,$$

$$q(u_t) = c(u_t - \tau), \text{ если } \tau \leq u_t;$$

b – величина втрат на одиницю продукції, що викликаються неповним завантаженням виробничої потужності; c – величина втрат на одиницю продукції, обумовлених наднормативним завантаженням виробничих потужностей.

Поточні обсяги виробництва обираються у відповідності з прийнятою підприємством політикою операційної активності (оперативного планування). Під цією політикою розуміють правило прийняття рішень про поточні обсяги виробництва на основі інформації про замовлення, що надійшли на продукцію, втрати, що можуть виникати а також про ймовірні обсяги попиту в майбутні періоди часу. На практиці найбільш поширені такі політики оперативного планування: виробництва з обмеженою інтенсивністю, повного виконання замовлень, що надійшли, і виконання замовлень з резервуванням готової продукції [10,11].

У разі застосування політики виробництва з обмеженою (постійною) інтенсивністю, обсяг виробництва u_t на операційний період часу *t* встановлюється відповідно до обсягу замовлень, але не вище нормативної потужності підприємства: $u_t = min\{ x_t, \tau \}$. За політикою повного виконання замовлень обсяг виробництва u_t на поточний операційний період часу *t* вибирається рівним обсягу x_t замовлень, що надійшли. Відповідно до політики резервування готової продукції на періодах планування *t* з очікуваними простоями, обсяг виробництва u_t встановлюється в розмірі, який може перевищувати обсяг замовлень, що надійшли. Це дозволяє зменшити ймовірність появи на наступних періодах *t*+1 втрат, пов'язаних з надмірним завантаженням виробничих потужностей.

При використанні політики виробництва з постійною обмеженою інтенсивністю мають місце втрати, пов'язані з неповним завантаженням виробництва, і типу «упущеної вигоди». Політики повного виконання замовлень і резервування готової продукції забезпечують максимальні обсяги реалізації продукції. Але для політики повного виконання замовлень характерним є нерівномірне у часі завантаження виробничих потужностей і відповідні втрати, що виникають. Політика резервування готової продукції дозволяє зробити виробничий процес більш рівномірним, але при цьому виникають ризики довготермінового «пролежування» готової продукції.

Окреме місце серед політик операційної активності займає політика оптимізації тривалості збору замовлень. Це обумовлено тим, що використання цієї політики передбачає одночасно використання якоїсь однієї з трьох політик операційної активності, що були розглянуті вище.

Сутність оптимізації тривалості збору замовлень можна пояснити таким чином. Припустимо, що підприємство використовує політику виконання замовлень і в якості періодів збору замовлень обрані інтервали із одиничною тривалістю. Тоді обсяги замовлень $x_1, x_2, \dots x_n$ протягом n одиниць часу будуть відрізнятися від продуктивності підприємства τ як у більший, так і у менший бік. Тому після одних періодів збору замовлень будуть втрати, пов'язані із простоями, а після інших – пов'язані з використанням виробничих потужностей у наднормативному режимі. Якщо ж підприємство вибере період збору замовлень в n разів більше і встановить обсяги виробництва, які дорівнюють усередненій інтенсивності попиту,

$$\bar{x}(n) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t ,$$

то відхилення обсягів замовлень від продуктивності τ у більший й у менший боки будуть взаємно компенсуватися і втрати від нерівномірності виробництва зменшаться.

Обсяги замовлень x_t $(t = 1, 2, \dots n)$ протягом n одиниць часу можуть розглядатися як реалізації випадкової величини ξ інтенсивності попиту з математичним очікуванням λ. Тоді величина усередненої інтенсивності попиту $\bar{x}(n)$ виявляється реалізацією випадкової величини $\chi = \chi(n) = \frac{1}{n}\eta$, де $\eta = \eta(n)$ 0 випадкова величина, яка являє собою суму випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n$, що мають однакові з випадковою величиною ξ закони розподілу. З теорії ймовірностей відомо, що математичне очікування величини $\chi = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i$ дорівнює математичному очікуванню величини ξ, яке складає величину λ. Дисперсія ж величини χ виявляється у n разів менше, ніж дисперсія величини ξ.

Чим більше буде тривалість період збору замовлень, тим меншим буде відхилення усередненої інтенсивності попиту $\overline{x}(n)$ від математичного очікування λ випадкової інтенсивності попиту ξ і відповідно від нормативної виробничої потужності τ. Однак при великій тривалості періоду збору замовлень виникає погроза втрати замовлень через великі строки їх наступного виконання. Визначення оптимальної тривалості періоду збору замовлень викликає необхідність у побудові економіко-математичної моделі, у якій наведені міркування будуть ураховані у кількісній формі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема зниження втрат, що виникають під час операційної активності за умов нестабільного попиту, тісно пов'язана з управлінням ризиками. Базові концепції та понятійний апарат управління ризиками в організаціях визначає стандарт ІСО 31000:2009 «Менеджмент ризику. Принципи та посібник» (ISO 31000:2009 «Risk management – Principles and guidelines») [1]. Стандарт може застосовуватися до всієї організації та на всіх рівнях, а також до особливих функцій, проєктів та видів діяльності.

Комплексну підтримку менеджменту виробничими ресурсами на великих та середніх підприємствах забезпечують інформаційні системи, що створюються на засадах стандартів ERP (Enterprise Resource Planning). Зокрема в цих системах реалізуються такі функції: представлення виробничих планів у контексті календарних періодів (Master Planning Scheduling); планування вимог до матеріалів та компонентів (Material Requirement Planning); планування вимог до потужності задля забезпечення своєчасного виконання замовлень (Capacity Resource Planning). Технології ERP систем надають широкі можливості для вирішення розрахункових завдань виробничого планування в умовах заданих рівнів попиту. Проте вони не забезпечують управління ризиками, що виникають за умов випадкових коливань поточного попиту [2-4].

Багатьох фахівців з ланцюжка поставок останніми роками займає завдання покращення зв'язку між попитом та пропозицією. На системному підході до управління операційною активністю заснована концепція продажу та оперативного планування (Sales & Operations Planning - S&OP). Метою (S&OP) для короткострокових періодів часу є визначення загального рівня виробництва (виробничого плану) та інших видів діяльності для досягнення загальних цілей прибутковості, продуктивності та конкурентного часу виконання замовлення. Одним із завдань (S&OP) є встановлення темпів виробництва, які дозволять досягти мети підтримки, збільшення чи зменшення запасів або накопичених резервів із збереженням відносної стабільності персоналу [5,6].

Поширеним засобом нейтралізації ризиків, викликаних невизначеним попитом, є створення на підприємствах запасів матеріалів, комплектуючих та готової продукції. Запаси дозволяють підтримати безперебійну роботу підприємства у ситуаціях збою постачання, поломки обладнання та коливань попиту. У той самий час наявність запасів супроводжується витратами їх зберігання. В цілому ефективність резервування матеріалів та готової продукції залежить від багатьох факторів, у тому числі й випадкових, що ускладнює вибір прийнятного рішення та вимагає застосування методів економіко-математичного моделювання [7-9].

Завдання оцінки ефективності операційної активності підприємства зі створенням запасів та вибору оптимального рівня цих запасів спочатку досліджувалося в детермінованій постановці, пізніше – з урахуванням факторів невизначеності, у тому числі з урахуванням недетермінованого попиту. Відповідно до [7], основними підходами до вирішення наведених завдань є: детерміноване наближення; математичне програмування; стохастичне програмування; марківська модель прийняття рішень.

У працях [10,11] операційна активність підприємства досліджується як процес, який охоплює періоди часу рівної тривалості, на яких відбуваються збір замовлень і виконання попередньо зібраних замовлень. Як показник граничної ефективності політики операційної активності підприємства пропонується використовувати величину суми ефектів за періоди часу $t=1,2,...,T$, віднесену до максимального очікуваного ефекту за ці періоди часу при нескінченно великому значенні кількості періодів T:

$$\zeta^* = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \frac{E_t}{d\lambda}.$$

де λ – математичне очікування випадкової величини ξ інтенсивності попиту. Внаслідок втрат, що виникають на періодах планування через відхилення обсягів замовлень від величини їх математичного очікування, значення показника не перевищує 1.

У роботі [10] у були знайдені вираження показника граничної ефективності для політик виробництва з обмеженою інтенсивністю та повного виконання замовлень. Припускалося, що випадкова величина інтенсивності попиту приймає додатні значення на інтервалі $[0,\ x^{max}]$ і має симетричний закон $F(x)$ розподілу ймовірності відносно λ: $F(\lambda+\varepsilon)-F(\lambda)=F(\lambda)-F(\lambda-\varepsilon)$. У цьому випадку виявляється, що значення ζ^*_{OI}, $\zeta^*_{ПВЗ}$ показників граничної ефективності відповідно для політики виробництва з обмеженою інтенсивністю та для політики повного виконання замовлень складають величини

$$\zeta^*_{OI} = 1-\frac{(\lambda-\mu_1)}{2d\lambda}(b+d),\ \zeta^*_{ПВЗ} = 1-\frac{\lambda-\mu_1}{2d\lambda}(b+c).$$

де μ_1 – математичне очікування випадкової величини інтенсивності попиту за умови її потрапляння на інтервал $[0,\lambda]$.

На практиці у більшості випадків величина d прибутку від продажу одиниці виробленої продукції є більшою, ніж величина c втрат на одиницю продукції, обумовлених наднормативним завантаженням виробничих потужностей. Тому значення показника ζ^*_{OI} для політики виробництва з обмеженою інтенсивністю виявляється меншим, ніж значення показника $\zeta^*_{ПВЗ}$ для політики повного виконання замовлень. Це обумовлюється втратами, пов’язаними з упущеною вигодою, що супроводжують виробництво з обмеженою інтенсивністю

У [11] визначено зміст та проведено дослідження політики операційної активності підприємства з резервуванням готової продукції. Відповідно до цієї політики на деяких періодах планування $t=k+1$ з очікуваними простоями обсяг виробництва u_{k+1} встановлюється за формулою $u_{k+1}=min\{x_{k+1}+\delta,\lambda\}$, де δ – задана політикою виробництва із резервуванням максимальна величина резерву готової продукції. Таким чином, на початок періоду планування $k+2$ створюється резерв готової продукції у розмірі $z_{k+1} = u_{k+1} - x_{k+1} \geq 0.$ Якщо на періоді $k+2$ виявляється, що $x_{k+2} - z_{k+1} \geq 0,$ то обсяг виробництва на цьому періоді встановлюється у обсязі $u_{k+2} = x_{k+2} - z_{k+1}.$ Якщо $x_{k+2} - z_{k+1} < 0,$ то приймається, що $u_{k+2} = 0$, і процес «обнулення» обсягів виробництва триватиме на наступних періодах.

Для нормального закону розподілення імовірності інтенсивності попиту у роботі [11] було проведене порівняння значень показника граничної ефективності для політики виробництва з повним виконанням замовлень без резервування та із резервуванням. Показано, що політика з резервуванням виявиться вигіднішою для підприємства, якщо

$$a < \frac{b+c}{2},$$

де a – величина втрат, пов'язаних із зберіганням запасу готової продукції протягом одного періоду планування, b – величина втрат на одиницю продукції, що викликаються неповним завантаженням виробничої потужності; c – величина втрат на одиницю продукції, обумовлених наднормативним завантаженням виробничих потужностей.

Для випадку симетричного закону розподілу ймовірності інтенсивності попиту та використання політики повного виконання замовлень у роботі [12] була запропонована концептуальна модель оптимізації тривалості збору замовлень. Показано, що за умови збору замовлень протягом n одиниць часу, математичне очікування операційного ефекту на одиничному періоді часу складає величину $F = d\lambda - 0,5(b+c)\rho$, де $\rho = \rho(n) = \lambda - \mu_1 = \mu_2 - \lambda$; $\mu_1 = \mu_1(n)$, $\mu_2 = \mu_2(n)$ – математичні очікування величини $\chi = \chi(n)$ за умови її влучення відповідно на інтервали $[\chi^{\min}, \lambda]$, $[\lambda, \chi^{\max}]$; $\chi^{\min} = \chi^{\min}(n)$, $\chi^{\max} = \chi^{\max}(n)$ – мінімальне та максимальне значення випадкової величини $\chi = \chi(n)$.

Для приблизного відшукування залежності $\rho(n)$ у роботі [12] запропоновано використати нерівність Чебишева:

$$\delta \leq \frac{D[\xi]}{n\varepsilon^2}.$$

де δ – імовірність того, що відхилення емпіричного середнього

$$\chi(n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i$$

від математичного очікування λ випадкової величини ξ не перевищує задану величину $\varepsilon > 0$. Якщо заздалегідь задати для ймовірності δ її мале значення P^*, то з формули (3) може бути отримане вираження для залежності $\varepsilon^*(n)$ максимального модуля відхилення $\varepsilon^* = |\chi(n) - \lambda|$ від тривалості n періоду планування:

$$\varepsilon^*(n) = \left(\frac{D[\xi]}{n\delta}\right)^{0,5}.$$

Припускалося, що при влученні величини χ на інтервал $[\lambda - \varepsilon^*, \lambda]$ або на інтервал $[\lambda, \lambda + \varepsilon^*]$ її найбільш імовірне значення відповідає середині цих інтервалів $\lambda - 0,5\varepsilon^*(n), \lambda + 0,5\varepsilon^*(n)$, тобто, що $\rho = \rho(n) = 0,5\varepsilon^*(n)$. Для урахування ефекту зменшення обсягів замовлень із збільшенням тривалості збору та виконання замовлень було запропоновано описувати математичне очікування λ інтенсивності попиту у вигляді функцій, що убувають.

Мета статті. Мета дослідження полягала у розробці та аналізі моделі оптимізації тривалості збору замовлень з використанням політики повного виконання замовлень для довільних законів розподілу ймовірності інтенсивності попиту з урахуванням ефектів та можливих втрат, що виникають під час випадкових коливань попиту та змін тривалості збору замовлень.

Виклад основного матеріалу дослідження. Відповідно до формул (1), (2) операційний ефект у випадку використання політики повного виконання замовлень визначається таким чином:

$$E_t = dx_t - b(\lambda - x_t), \text{ якщо } \lambda \ge x_t, \tag{3}$$

$$E_t = dx_t - c(x_t - \lambda), \text{ якщо } \lambda \le x_t, \tag{4}$$

Будемо вважати, що x_t є реалізацією на періоді t випадкової величини $\chi = \chi(n)$, що відповідає усередненій інтенсивності попиту $\overline{x}(n)$.

Для спрощення викладення припустимо, що величина χ визначена на інтервалі $[\chi^{\min}, \chi^{\max}]$ як безперервна з щільністю ймовірності $f_\chi(z)$. Тоді відповідно до формул (3), (4) математичне очікування $F = F(n)$ ефекту E складе величину $F = F_1 + F_2$, де $F_1 = F_1(n) = \int_{\chi^{\min}}^{\lambda} f_1(z) f_\chi(z) dz$, $F_2 = F_2(n) = \int_{\lambda}^{\chi^{\max}} f_2(z) f_\chi(z) dz$, $f_1(z) = (d+b)z - b\lambda$,

$f_2(z) = (d-c)z + c\lambda$.

Неважко бачити, що

$$F_1 = (d+b)\lambda_1 - b\lambda P_1 = d\lambda_1 - b(P_1\lambda_2 - P_2\lambda_1), \tag{5}$$

$$F_2 = (d-c)\lambda_2 + c\lambda P_2 = d\lambda_2 - c(P_1\lambda_2 - P_2\lambda_1), \tag{6}$$

де $\lambda_1 = \lambda_1(n)$, $\lambda_2 = \lambda_2(n)$ – складові математичного очікування λ величини $\chi = \chi(n)$ відповідно на інтервалах $[\chi^{\min}, \lambda]$, $[\lambda, \chi^{\max}]$, $\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda$,

$$\lambda_1 = \int_{\chi^{\min}}^{\lambda} z f_\chi(z) dz, \ \lambda_2 = \int_{\lambda}^{\chi^{\max}} z f_\chi(z) dz, \ \lambda = \int_{\chi^{\min}}^{\chi^{\max}} z f_\chi(z) dz; \tag{7}$$

$P_1 = P_1(n)$, $P_2 = P_2(n)$ - імовірності відповідно того, що $x_t \le \lambda$, $x_t \ge \lambda$; $P_1 = \int_{\chi^{\min}}^{\lambda} f_\chi(z) dz$, $P_2 = \int_{\lambda}^{\chi^{\max}} f_\chi(z) dz$, $P_1 + P_2 = 1$.

З формул (5), (6) випливає, що

$$F = d\lambda - (b+c)(P_1\lambda_2 - P_2\lambda_1). \tag{8}$$

Відповідно до формули (8) виявляється, що $F = d\lambda$, якщо $b = c = 0$. Втрати, пов’язані із простоями, мають величину $b(P_1\lambda_2 - P_2\lambda_1)$, а втрати, зв’язані з наднормативним завантаженням виробничих потужностей – величину $c(P_1\lambda_2 - P_2\lambda_1)$.

Формула (8) може бути представлена також у такому вигляді:

$$F = d\lambda - (b+c)P_1P_2(\mu_2 - \mu_1). \tag{9}$$

де величини μ_1, μ_2 являють собою математичні очікування величини $\chi = \chi(n)$ за умови її влучення відповідно на інтервали $[\chi^{\min}, \lambda]$, $[\lambda, \chi^{\max}]$, $\mu_1 = \frac{\lambda_1}{P_1}, \mu_2 = \frac{\lambda_2}{P_2}$.

У формулах (8), (9), що визначають очікуване значення F ефекту за одиницю часу, безпосередньо не враховується можливість зниження інтенсивності попиту зі збільшенням тривалості n збору замовлень. Покладемо, що гарантований повний час виконання окремих замовлень (з моменту вступу замовлення до випуску готової продукції) становить тривалість n періоду збору замовлень.

Виразимо залежність $\psi(n)$ математичного очікування інтенсивності попиту від тривалості n збору замовлень у такій формі:

$$\psi(n) = \lambda \text{, если } n^{\min} \le n \le n_0, \tag{10}$$

$$\psi(n) = \lambda (n_1 - n)^C (n_1 - n_0)^{-C} \text{, якщо } n_0 \le n \le n_1, \tag{11}$$

де $n^{\min}$ – мінімальна тривалість періоду збору замовлень, яка прийнята за одиницю часу, $n^{\min} = 1$; n_0 – максимальна прийнятна для всіх замовників тривалість виконання замовлень; n_1 – мінімальна неприйнятна для всіх замовників тривалість виконання замовлень, $\lambda(n_1) = 0$; C – параметр функції $\lambda(n)$, що впливає на швидкість зменшення інтенсивності попиту, $C \in (0,1)$. Як можна бачити, $\psi(n_0) = \lambda$ та $\psi(n) \le \lambda$, якщо $n_0 \le n \le n_1$.

Функція $\psi(n)$ може бути визначена на основі даних про інтенсивність попиту з боку окремих замовників і результатів їх опитування про максимально прийнятний для кожного з них строк виконання замовлень.

Позначимо як $E = E(n)$ математичне очікування оперативного ефекту E на одиничному інтервалі часу з урахуванням залежності інтенсивності попиту від тривалості n збору замовлень,

$$E = d\psi(n) - (b + c)P_1 P_2 (\mu_2 - \mu_1). \tag{12}$$

Оптимальна тривалість n^* періоду збору замовлень, при якій досягається максимум ефекту $E(n)$, знаходиться з умови:

$$E(n^*) = \max\{E(n) \mid n \in [n_0, n_1]\} = \max\{H(n) \mid n \in [n_0, n_1]\} . \tag{13}$$

де

$$H(n) = \lambda d \frac{(n_1 - n)^C}{(n_1 - n_0)^C} - (b + c) P_1 P_2 (\mu_2 - \mu_1).$$

Необхідно враховувати, що у загальному випадку $P_1 = P_1(n)$, $P_2 = P_2(n)$, $\mu_1 = \mu_1(n)$, $\mu_2 = \mu_2(n)$.

Опишемо чисельний метод відшукування оптимальної тривалості n^* періоду збору замовлень виходячи з ретроспективних статистичних даних про обсяги надходження замовлень.

Припустимо, що на підприємстві зібрана статистика про обсяги $x_1, x_2, \ldots x_M$ замовлень на його продукцію, які надходили в кожний одиничний інтервал часу Δt протягом періоду часу M, $M = M\Delta t$. Розподілимо обсяги замовлень за одиничні інтервали часу по R рівнях інтенсивностей. Для цього розіб’ємо інтервал $[\xi^{\min}, \xi^{\max}]$ можливих значень інтенсивностей попиту на непарну кількість R рівних по розміру складових інтервалів $[h_{r-1}, h_r)$ ($r = 1, 2, \ldots R-1$), $[h_{R-1}, h_R]$ так, щоб $h_r = h_{r-1} + \Delta h$ ($r = 1, 2, \ldots R$), де Δh - розмір кожного r-го інтервалу, $\Delta h = \dfrac{x^{\max} - x^{\min}}{R}$.

Уведемо такі позначення:

m_r – множина номерів таких інтервалів часу Δt_m, $\Delta t_m \in \{\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots \Delta t_M\}$, на яких обсяги замовлень x_m відповідали рівню інтенсивності r:

$m \in M_r$ якщо $x_m \in [h_{r-1}, h_r)$; $m \in M_R$, якщо $x_m \in [h_{R-1}, h_R]$;

m_r – кількість номерів, що утворюють множину M_r, $\sum_{r=1}^{R} m_r = M$.

Будемо інтерпретувати величину $p_r = \frac{m_r}{M}$ як імовірність того, що інтенсивність попиту відповідає рівню (значенню) r. Тоді виявляється, що дискретна випадкова величина ξ інтенсивності попиту приймає R можливих значень $\overline{h}_r = \frac{h_{r-1} + h_r}{2} = (r-1)\Delta h + \frac{\Delta h}{2} = (2r-1)\frac{\Delta h}{2}$ $(r = 1, 2, \ldots R)$ з імовірностями відповідно $p_r = P\{\xi = \overline{h}_r\}$. Функцію $f_\xi(z)$ таку, що $f_\xi(z = \overline{h}_r) = p_r$ $(r = 1, 2, \ldots R)$, назвемо функцією ймовірності значень величини ξ. Величина

$$\lambda = \sum_{r=1}^{R} \overline{h}_r f_\xi(\overline{h}_r)$$

буде визначати математичне очікування інтенсивності попиту ξ.

Опишемо алгоритм відшукування функції $f_\eta(z)$ ймовірності значень величини $\eta = \eta(n) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$, виходячи із заданої функції $f_\xi(z)$ ймовірності значень величини ξ. Як неважко бачити, дискретна випадкова величина η може приймати одне з $K = (R-1)n + 1$ значень $\overline{g}_k = n\frac{\Delta h}{2} + (k-1)\Delta h, \quad k = 1, 2, \ldots (R-1)n + 1$, на інтервалі $[n\overline{h}_1 = \frac{n\Delta h}{2}, n\overline{h}_R = (2R-1)\frac{n\Delta h}{2}]$.

Для обговорення алгоритму використаємо також такі позначення:

$u = (u_1, u_2, \ldots u_n)$ – вектор послідовних n реалізацій $u_1, u_2, \ldots u_n$ величини ξ, що визначають реалізацію $v = \sum_{i=1}^{n} u_i = \sum_{i=1}^{n} \overline{h}_{r(i)}$ випадкової величини η, де $r(i)$ – такий номер r можливого значення $\overline{h}_r$ i-ї реалізації u_i величини ξ, що $u_i = \overline{h}_{r(i)}$;

$U(v)$ – множина усіх таких векторів u, які забезпечують реалізацію v величини η;

$P(v)$ – імовірність реалізації v випадкової величини η.

Оскільки кожна величина u_i, $i = 1, 2, \ldots n$, може приймати R можливих значень, то кількість усіх можливих незбіжних векторів u реалізацій и ξ складає величину R^n. Як можна бачити, при всіх $n \geq 2$ кількість можливих незбіжних векторів u більше можливих значень K випадкової величини η. Тому множини $U(v)$ можуть містити більше одного елементу. У загальному випадку ймовірності P_u реалізації векторів $u \in U$ визначаються формулою $P_u = \prod_{i=1}^{n} f_\xi(\overline{h}_{r(i)})$ і можуть різнитися. При цьому $P(v) = \sum_{u \in U(v)} P_u$. Така функція $f_\eta(z)$, що $f_\eta(z = \overline{g}_k) = P(\overline{g}_k)$ $(k = 1, 2, \ldots K)$, буде являти собою функцію ймовірності значень величини η.

Таким чином, відшукування функції $f_\eta(z)$ потребує спочатку визначення упорядкованої послідовності значень інтенсивності $\overline{g}_k$: $\overline{g}_1 < \overline{g}_2 < \ldots < \overline{g}_K$ та пошуку множин $U(\overline{g}_k)$ для кожного $\overline{g}_k$. Одночасно з формуванням кожної множини $U(\overline{g}_k)$ необхідно розраховувати ймовірності P_u для кожного $u \in U(\overline{g}_k)$ та ймовірність значення $\overline{g}_k$ величини η.

Функцію $f_\chi(z)$ ймовірності значень величини $\chi = \chi(n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i = \frac{1}{n}\eta$ визначає така формула:

$$f_\chi(\frac{\overline{g}_k}{n}) = f_\eta(\overline{g}_k) \ (k = 1, 2, \ldots (R-1)n + 1).$$

При цьому

$$\frac{\overline{g}_k}{n} = \frac{\Delta h}{2} + (k-1)\frac{\Delta h}{n} \ (k = 1, 2, \ldots (R-1)n + 1),$$

тобто щільність значень величини $\chi = \chi(n)$ виявляється у n разів більшою, ніж щільність значень величини ξ.

За знайденою функцією $f_\chi(z)$ ймовірності значень величини χ можуть бути розраховані імовірності P_1, P_2 відповідно того, що $\chi \le \lambda$, $\chi \ge \lambda$:

$$P_1 = P_1(n) = \sum_{k=1}^{\lambda-\varepsilon} f_\eta(\overline{g}_k), \ P_2 = P_2(n) = \sum_{\lambda+\varepsilon}^{K} f_\eta(\overline{g}_k), \tag{14}$$

а також умовні математичні очікування μ_1, μ_2 величини χ:

$$\mu_1 = \mu_1(n) = \frac{1}{P_1}\sum_{k=1}^{\lambda-\varepsilon}\frac{\overline{g}_k}{n} f_\eta(\overline{g}_k) \ \ \mu_2 = \mu_2(n) = \frac{1}{P_2}\sum_{\lambda+\varepsilon}^{K}\frac{\overline{g}_k}{n} f_\eta(\overline{g}_k), \tag{15}$$

де ε – мала величина, пов'язана з округленням λ до цілих значень номерів

Алгоритм вибору оптимальної тривалості n^* збору замовлень залежно від параметрів очікуваного ефекту E вимагає проведення таких дій.

1. На основі даних управлінського обліку розрахувати значення параметрів d, b, c оперативного ефекту.

2. Відповідно до даних про обсяги $x_1, x_2, \ldots x_M$ замовлень на продукцію підприємства, які надходили протягом періоду часу M, визначити функцію $f_\xi(z)$ дискретної щільності ймовірності випадкової величини ξ, $f_\xi(z = \overline{h}_r) = p_r$ ($r = 1, 2, \ldots R$). Знайти математичне очікування λ величини ξ.

3. У результаті маркетингових досліджень знайти параметри залежності $\psi(n)$ математичного очікування інтенсивності попиту від тривалості n періоду збору замовлень відповідно до формул (10), (11). Оцінити доцільність зміни існуючого періоду збору замовлень.

4. Для обраної тривалості n визначити функцію $f_{\eta(n)}(z)$ дискретної щільності ймовірності випадкової величини $\eta = \eta(n) = \sum_{i=1}^{n}\xi_i$.

5. Для обраної тривалості n визначити функцію $f_{\chi(n)}(z)$ дискретної щільності ймовірності випадкової величини $\chi = \chi(n)$. Розрахувати по формулах (14), (15) імовірності P_1, P_2, умовні математичні очікування μ_1, μ_2 й за формулою (12) очікуваний ефект E.

6. Знайти оптимальну тривалість n^* збору замовлень відповідно до формули (12) шляхом направленого перебору значень n.

Висновки та пропозиції. Аналіз політик операційної активності, які найчастіше використовують промислові підприємства за випадкових коливань попиту, свідчить, що їх використання супроводжується певними втратами або призводить до ризиків виникнення втрат. Новим потенційно перспективним напрямом підвищення ефективності операційної активності виступає політика оптимізації тривалості збору замовлень. Тому у роботі розроблена та досліджена модель оптимізації тривалості збору замовлень за умов їх повного виконання та довільних законів розподілу ймовірності інтенсивності попиту.

У результаті досліджень знайдено математичне вираження очікуваного операційного ефекту залежно від довільних статистичних характеристик інтенсивності попиту та з урахуванням ефекту зниження інтенсивності попиту у випадку збільшення тривалості виконання замовлень. Запропонований алгоритм знаходження функції ймовірності усереднених значень інтенсивності попиту на декількох одиницях часу, за даними про ймовірності значень інтенсивності попиту на одиничному періоді часу. Викладений загальний зміст чисельного методу оптимізації тривалості збору замовлень за критерієм максимуму очікуваного операційного ефекту на одиничному періоді часу. Показані переваги політики оптимізації тривалості збору замовлень, які полягають у більш рівномірній інтенсивності виробничого процесу, зменшенні втрат від простоїв та надмірного завантаження виробничих потужностей.

Подальші дослідження у сфері оптимізації тривалості збору замовлень доцільно спрямувати на створення методичного забезпечення розрахунків економічних параметрів операційного ефекту, впровадження моделі оптимізації на промислових підприємствах із серійним виробництвом.

ЛІТЕРАТУРА

1. ISO 31000 Standart. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/ISO_31000 (дата звернення 10 травня 2022).

2. Menon, S.A.; Muchnick, M.; Butler, C.; Pizur, T. "Critical Challenges in Enterprise Resource Planning (ERP) Implementation". International Journal of Business and Management. 2019. № 14 (7). P. 54–69.

3. Menon, Sreekumar "Benefits and Process Improvements for ERP Implementation: Results from an Exploratory Case Study". International Business Research. 2019. № 12(8). P. 124–132.

4. Pelphrey, M.W."Directing the ERP Implementation: A Best Practice Guide to Avoiding Program Failure Traps While Tuning System Performance". CRCPress. 2015. P. 92–111.

5. Kumar, Rakesh and Srivastava, Samir K "A Framework for Improving 'Sales & Operations Planning",Metamorphosis. 2014. № 13(1). P. 16-25.

6. Dunkan, Alexander "S&OP and Strategy – Building the Bridge and Making the Process Stick". Journal of Business Forecasting, Spring 2013. № 32, P. 16–28.

7. Mula, J., Poler, R., Garcı´a-Sabater, J. P., Lario, F. C. Models for production planning under uncertainty:A review. Int. J. Production Economics. 2006. № 103. P. 271–285. 0.1016/j.ijpe.2005.09.001

8. Barros, J., Cortez, P., Carvalho, M. S. A systematic literature review about dimensioning safety stock under uncertainties and risks in the procurement process. *Operations Research Perspectives*. 2021. № 8. art. no. 100192. https://doi.org/10.1016/j.orp.2021.100192

9. LEE, S.-D., LAN S.-C., YANG C.-M.. Economic production lot sizing model with stochastic demand. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*. 2014. № 31 (3). art. no. 1450015. https://doi.org/10.1142/S0217595914500158

10. Zaruba V., Parfentenko I. Risk management models in operative planning at an industrial enterprise. Published in**:** International Conference on Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T), IEEE, October 2020. P. 33-38. Risk Management Models in Operative Planning at an Industrial Enterprise | IEEE Conference Publication | IEEE Xplore. DOI: 10.1109/PICST51311.2020.

11. Zaruba V., Potrashkova L., Guryanova L., Sokol K., Kuksa I. Analysis of the policy of operation activity of an enterprise with product reservation . Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2022. №1(3(115)). P. 31–42. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.252667

12. Zaruba V. Ia. Optimization of the duration of collection of orders on the enterprise's products *Innovative management: theoretical, methodical, and applied grounds*: Monografy / Illiashenko, S.M., Strielkowski, W. (eds.). IPrague:, Prague Institute for Qualification Enhancement 1st edition, 2018. P.76-82.

REFERENCES

1. ISO 31000 Standart, available at: https://en.wikipedia.org/wiki/ISO_31000 (Accessed 10 May 2022).

2. Menon, S.A.; Muchnick, M.; Butler, C.; Pizur, T. (2019), "Critical Challenges in Enterprise Resource Planning (ERP) Implementation". International Journal of Business and Management. vol. 14 (7). P. 54–69.

3. Menon, Sreekumar (2019), "Benefits and Process Improvements for ERP Implementation: Results from an Exploratory Case Study". International Business Research. vol. 12(8). P. 124–132.

4. Pelphrey, M.W. (2015), "Directing the ERP Implementation: A Best Practice Guide to Avoiding Program Failure Traps While Tuning System Performance". CRCPress. P .92–111.

5. Kumar, Rakesh and Srivastava, Samir K (2014), "A Framework for Improving 'Sales & Operations Planning", Metamorphosis. vol. 13(1). P.16-25.

6. Dunkan, Alexander (2013), "S&OP and Strategy – Building the Bridge and Making the Process Stick". Journal of Business Forecasting, Spring. vol. 32, P.16 – 28.

7. Mula, J., Poler, R., Garcı ́a-Sabater, J.P., Lario, F.C. (2006), Models for production planning under uncertainty:A review. Int. J. Production Economics. vol. 103. P. 271–285. 0.1016/j.ijpe.2005.09.001

8. Barros, J., Cortez, P., Carvalho, M.S. (2021), A systematic literature review about dimensioning safety stock under uncertainties and risks in the procurement process. *Operations Research Perspectives*. vol. 8. art. no. 100192. https://doi.org/10.1016/j.orp.2021.100192

9. LEE, S.-D., LAN S.-C., YANG C.-M. (2014), Economic production lot sizing model with stochastic demand. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*. vol. 31 (3). art. no. 1450015. https://doi.org/10.1142/S0217595914500158

10. Viktor Z., Parfentenko I. (2020), Risk management models in operative planning at an industrial enterprise. Published in**:** International Conference on Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T), IEEE, October. P. 33-38. Risk Management Models in Operative Planning at an Industrial Enterprise | IEEE Conference Publication | IEEE Xplore. DOI: 10.1109/PICST51311.2020.

11. Zaruba V., Potrashkova L., Guryanova L., Sokol K., Kuksa I. (2022), Analysis of the policy of operation activity of an enterprise with product reservation . Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. vol.1(3(115)). P.31–42. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.252667

12. Zaruba V..Ia. (2018), Optimization of the duration of collection of orders on the enterprise's products *Innovative management: theoretical, methodical, and applied grounds*: Monografy / Illiashenko, S.M., Strielkowski, W. (eds.). IPrague:, Prague Institute for Qualification Enhancement 1st edition. P.76 - 82.

Viktor Zaruba, Doctor of Economic Sciences, Professor
(Professor of the Department of Marketing, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»)

Iryna Parfentenko
(Senior Lecturer of the Department of Marketing, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»)

ANALYSIS OF THE POLICY OF OPTIMIZING THE DURATION OF ORDER COLLECTION IN CONDITIONS OF RANDOM FLUCTUATIONS IN DEMAND

At most industrial enterprises, current production volumes are set in accordance with the adopted policy of operating activity. This policy sets out the rule for deciding on production volumes based on information about orders received for products, losses that may occur and the volume of demand in future periods. An analysis of operating activity policies, which are most often used by industrial enterprises in random fluctuations in demand, shows that their use is accompanied by certain losses.

They occur due to either partial downtime or excessive use of production capacity. In these circumstances, it is of interest to apply a policy of optimizing the duration of the collection of

orders, according to which the amount of orders collected over several periods of time is evenly distributed over these periods during the execution of orders. But at the same time there is a risk of losing orders if the execution time of orders is very high. The aim of the work was to develop and analyze a model for optimizing the duration of order collection under conditions of their full execution and arbitrary laws of distribution of the probability of demand intensity (volume of orders). In the results of research, mathematical description of the expected operating effect is found depending on arbitrary statistical characteristics of demand intensity and the effect of reducing the intensity of demand in the case of increasing the duration of the collection of orders. The algorithm proposed by us allows us to find the probability functions of the average values of demand intensity for several units of time according to the data on the probability of the values of demand intensity for one period of time. The general content of the numerical method of optimizing the duration of order collection according to the criterion of the maximum expected operational effect for a single period of time is presented. The advantages of the policy of optimizing the duration of order collection, which consist in a more uniform intensity of the production process, reduction of losses from downtime and excessive capacity utilization, are shown.

Keywords: *planning of current production volumes, operating effect, operating activity policy, order collection period.*

Стаття прийнята до друку 15 травня 2022 року